GARA2 2019 SECONDARIA DI PRIMO GRADO INDIVIDUALE

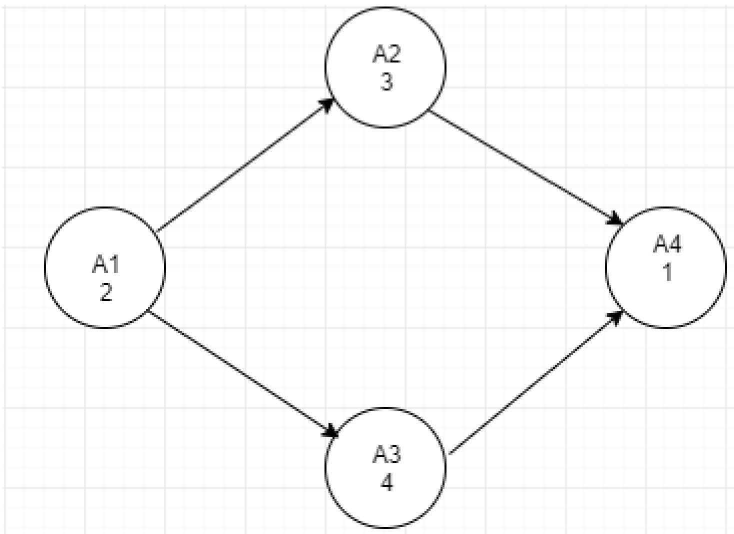
ESERCIZIO 1

Premessa
La tabella che segue descrive le attività di un progetto (indicate rispettivamente con le sigle A1, A2, ...), riportando per ciascuna di esse il numero di giorni necessari per completarla.

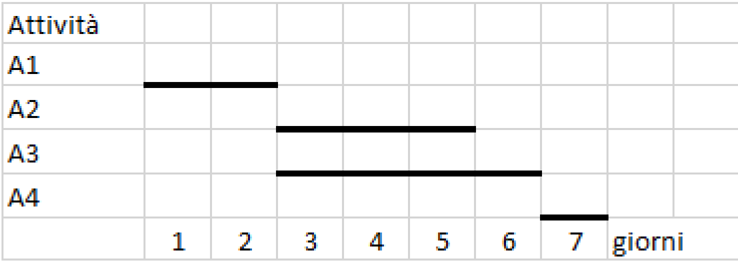
Attività	Giorni
A1	2
A2	3
A3	4
A4	1

Le attività devono *succedersi opportunamente* nel tempo perché, per esempio, una attività utilizza il prodotto di altre: quindi le *priorità* sono descritte con coppie di sigle. Ad esempio, la priorità [A1,A2] indica che l'attività A2 potrà essere iniziata solo dopo il completamento dell'attività A1.

Se le priorità tra le attività del progetto sono: [A1,A2], [A1,A3], [A2,A4], [A3,A4]
la prima attività è la A1 (non è mai presente in seconda posizione) e l'ultima attività è la A4 (non è mai presente in prima posizione). Per ogni altra attività si individuano le precedenze:



da cui il diagramma di Gantt



Per trovare il numero minimo N di giorni necessari per completare il progetto rispettando le priorità, basterà leggere dal grafico: in questo caso N sarà pari a 7.

PROBLEMA

La tabella che segue descrive le attività di un progetto (indicate rispettivamente con le sigle A1, A2, ...), riportando per ciascuna di esse il numero di giorni necessari per completarla.

Attività	Giorni
A1	5
A2	4
A3	6
A4	3
A5	7
A6	12

Le priorità tra le attività sono: [A1,A2], [A1,A3], [A2,A4], [A3,A4] , [A4,A5], [A5,A6]

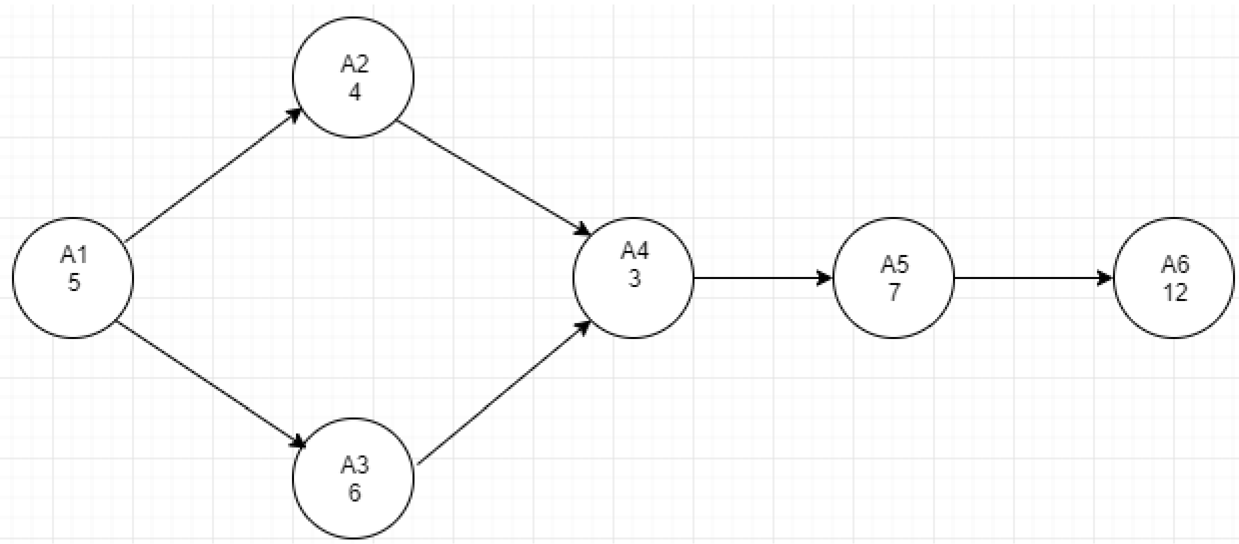
Trovare il numero N di giorni necessari per completare il progetto, tenuto presente che alcune attività possono essere svolte in parallelo e che ogni attività deve iniziare prima possibile (nel rispetto delle priorità). Scrivere la soluzione nella casella sottostante.

N	

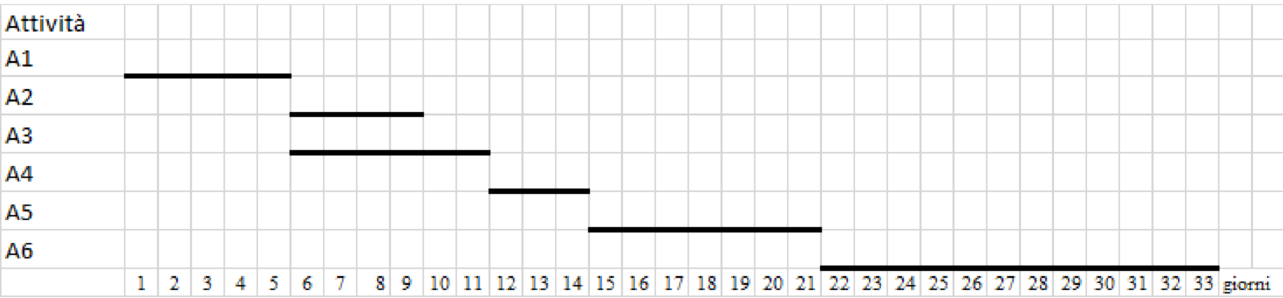
Soluzione

N	33

Commenti alla soluzione.
Dal diagramma delle precedenze



Segue il diagramma di Gantt



da cui si legge che N=33, considerando che le due attività A2 e A3 possono essere svolte in parallelo e che la più lunga delle due richiede 6 giorni di tempo per essere completata.

ESERCIZIO 2

Questi problemi trattano di *entità* correlate da fatti; ciascuna entità ha *valori* discreti. Nei problemi vengono enunciati dei fatti e da questi occorre *ragionare,* traendo *conclusioni* per associare le entità.
Per risolvere questi problemi è utile usare un master board.

PROBLEMA

Andrea, Benedetta e Chiara sono tre amici viaggiatori. Quest'anno hanno visitato tre capitali europee: Berlino, Parigi, Madrid. Per raggiungere la capitale visitata ne hanno approfittato per compiere un viaggio partendo dall'Italia complessivamente di 3000, 4000, 5000 km.Il nome delle capitali e il numero di chilometri sono elencati in ordine casuale (e quindi non si corrispondono ordinatamente). Dai fatti elencati di seguito, determinare quale capitale abbia visitato ciascuno dei tre amici e quanti chilometri abbia compiuto.

1. La capitale visitata da Chiara ha latitudine superiore ai 50°.
2. Il viaggiatore che ha visitato la capitale tedesca ha fatto il numero maggiore di km.
3. Benedetta non ha visitato la Spagna.
4. Andrea ha fatto più chilometri di Benedetta.

Scrivere le capitali visitate (lettera iniziale maiuscola) e i km percorsi nella tabella sottostante.

NOME	CAPITALE	KM
Andrea		
Benedetta		
Chiara		

SOLUZIONE

NOME	CAPITALE	KM
Andrea	Madrid	4000
Benedetta	Parigi	3000
Chiara	Berlino	5000

Commenti alla soluzione.

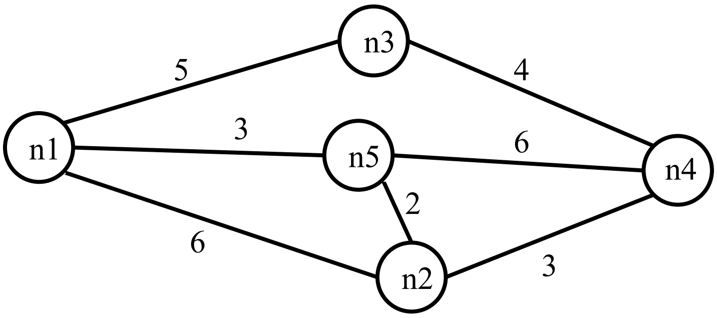
Nell'enunciato del problema compaiono tre entità: viaggiatori, capitali e chilometri percorsi; si può assumere che la coppia principale sia data da viaggiatore e capitale.

1. Conclusioni dirette dal primo fatto, "La capitale visitata da Chiara ha latitudine superiore ai 50°": osservando i dati c'è una sola capitale con latitudine superiore a 50°, ovvero Berlino. Quindi Chiara ha visitato Berlino.
2. Conclusioni dirette dal secondo fatto, "Il viaggiatore che ha visitato la capitale tedesca ha fatto il numero maggiore di km": osservando i dati si desume che il viaggiatore che ha visitato Berlino abbia fatto 5000 km.
3. Conclusioni indirette dal secondo fatto, "Il viaggiatore che ha visitato la capitale tedesca ha fatto il numero maggiore di km": Chiara è il viaggiatore che ha fatto più chilometri.

4. Conclusioni dirette dal terzo fatto, “Benedetta non ha visitato la Spagna.”: dal master board risulta allora che Benedetta sia stata a Parigi e Andrea a Madrid.
5. Conclusioni dirette dal quarto fatto, “Andrea ha fatto più chilometri di Benedetta.”: dalla master board emerge quindi che Andrea ha fatto 4000 km e Benedetta 3000 km.
6. Conclusioni indirette dal quarto fatto, “Andrea ha fatto più chilometri di Benedetta.”: Il viaggio con destinazione Madrid è stato di 4000 km, mentre quello con destinazione Parigi è stato di 3000 km.

ESERCIZIO 3

PREMESSA
Un *grafo* si può pensare come l’astrazione di una carta geografica: per esempio il seguente grafo descrive i collegamenti esistenti fra alcune (5) città: queste sono rappresentate da *nodi* di nome n1, n2, …, n5 e i collegamenti sono rappresentati da segmenti tra i nodi, detti *archi*. A ogni arco è associata una lunghezza, come illustrato in figura.



Questo grafo può essere descritto da un elenco di termini, ciascuno dei quali definisce un arco tra due nodi del grafo con la indicazione della relativa distanza in chilometri:

arco(n1,n2,6)	arco(n1,n3,5)	arco(n3,n4,4)
arco(n1,n5,3)	arco(n2,n4,3)	arco(n2,n5,2)
arco(n5,n4,6)		

Due nodi si dicono *adiacenti* se sono collegati da un arco.
Il numero di archi che “escono” da un nodo si dice *valenza* del nodo; per esempio nel grafo in figura, il nodo n3 ha valenza 2, gli altri hanno valenza 3.
Un *percorso* (o *cammino*) tra due nodi del grafo consiste in una sequenza di nodi ciascuno dei quali (tranne l’ultimo) è adiacente con il successivo; un percorso può, quindi essere descritto con una lista di nodi (quelli toccati dal percorso, ordinata dal nodo di partenza al nodo di arrivo). Per esempio, la lista [n5,n2,n4,n3] descrive un percorso dal nodo n5 al nodo n3; tale percorso ha lunghezza K = 2 + 3 + 4 = 9.
Un *ciclo* è un percorso che inizia e termina nello stesso nodo, per esempio [n5,n2,n1,n5].
Un percorso si dice *semplice* se *non* ha nodi ripetuti: un percorso semplice, quindi, non contiene cicli; per esempio [n5,n2,n4,n3] è semplice, mentre [n5,n2,n1,n5,n2,n4,n3] non è semplice perché ha nodi ripetuti.
N.B. Dato un grafo, come quello della precedente figura, è facile scrivere l’insieme di termini che lo descrivono; viceversa, disegnare il grafo da un insieme dei termini è meno ovvio (si vedano i problemi seguenti).

PROBLEMA
Un grafo, che si può immaginare come rete di strade (archi) che collegano delle città (nodi), è descritto dal seguente elenco di archi:

arco(n3,n2,6) arco(n1,n3,2) arco(n4,n5,3) arco(n3,n4,3)
arco(n6,n4,4) arco(n2,n5,8) arco(n1,n4,7)

Disegnato il grafo, trovare:

1. Il nodo N che ha valenza massima
2. La lista L1 che contiene i nodi adiacenti a n3, elencati nell'ordine determinato dai numeri che formano il nome del nodo (per es. n4 deve precedere n5)
3. La lista L2 del percorso semplice formato dal maggior numero di archi tra n1 e n2; si noti che tale percorso potrebbe anche non essere quello di lunghezza maggiore
4. La lista L3 che contiene il percorso semplice più *breve* tra n3 e n5 e calcolarne la lunghezza K3

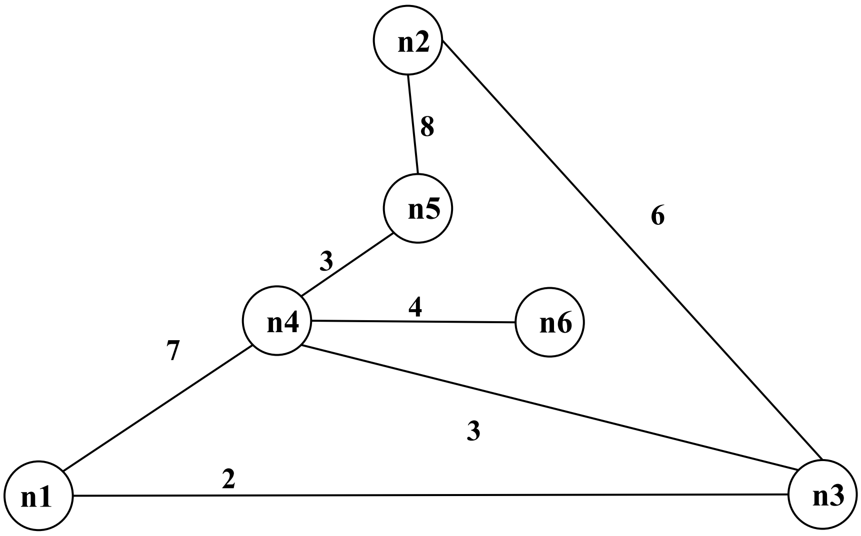
Scrivere la soluzione nella seguente tabella.

N	
L1	[ ]
L2	[ ]
L3	[ ]
K3	

SOLUZIONE

N	n4
L1	[n1,n2,n4]
L2	[n1,n3,n4,n5,n2]
L3	[n3,n4,n5]
K3	6

Commenti alla soluzione.
Per disegnare il grafo si osservi innanzitutto che sono menzionati 6 nodi (n1, n2, n3, n4, n5, n6); si procede per tentativi; si disegnano i 6 punti nel piano e li si collega con archi costituiti da segmenti: probabilmente al primo tentativo gli archi si incrociano; si cerca poi di risistemare i punti in modo da evitare gli incroci degli archi: spesso questo si può fare in più modi. Da ultimo si riportano le distanze sugli archi, come mostrato dalla figura seguente.



Si noti che le lunghezze degli archi che compaiono nei termini (che rappresentano delle strade) *non* sono (necessariamente) proporzionali a quelle degli archi del grafo (che sono, segmenti di retta).
Per rispondere alle prime due domande è sufficiente ispezionare la figura: si nota subito che il nodo di valenza massima è n4 e che la lista dei nodi adiacenti a n3 è L1=[n1,n2,n4].
Per rispondere alla terza domanda, si devono individuare tutti i percorsi semplici da n1 ad n2. Si osservi che partendo da n1 si possono raggiungere con un solo arco o n4 oppure n3.

- Nel primo caso, si arriva poi ad n2 attraversando altri due archi (ci sono 2 possibilitá o passare per n3 o per n5) e quindi si trovano cammini formati da 3 archi.
- Nel secondo caso, da n3 si arriva ad n2 attraverso l'arco che li collega, formando quindi un percorso di due archi da n1 ad n2 oppure da n3 si puó andare in n4, e da n4 andare in n5 e infine ad n2, ottenendo quindi un percorso da n1 a n2 di 4 archi, che è L2

La tabella seguente riassume i percorsi semplici da n1 ad n2:

Percorso	Numero di archi
[n1,n4,n3,n2]	3
[n1,n4,n5,n2]	3
[n1,n3,n2]	2
[n1,n3,n4,n5,n2]	4

Si osservi che L2=[n1,n3,n4,n5,n2] è il percorso formato dal maggior numero di archi, ma non è quello di lunghezza massima: infatti ha lunghezza pari a 2+3+3+8=16, mentre [n1,n4,n5,n2] ha lunghezza pari a 7+3+8=18.

Per rispondere alla quarta domanda elenchiamo in modo sistematico, nella tabella seguente, tutti i percorsi semplici tra n3 ed n5 con le relative lunghezze

Percorso	Lunghezza
[n3,n1,n4,n5]	12
[n3,n2,n5]	14
[n3,n4,n5]	6

Dunque L3=[n3,n4,n5] e K3=6.

ESERCIZIO 4
Premessa
Data la seguente procedura
Procedura Calcolo_1;
Variabili utilizzate: A, B, C, D;
read B, C;
A = B*C + 4;
D = (A + B - C)/2;
B = A + B + D;
C = A + B + C;
write B, C;
Fine procedura;

Se in input vengono letti i valori B = 6 e C = 2, i calcoli cambiano il contenuto delle variabili come mostrato nella seguente tabella che descrive l'esecuzione del calcolo.

Valori prima dell'esecuzione / valori dopo l'esecuzione

A	B	C	D	OPERAZIONI	A	**B**	**C**	D
				read B, C;		6	2	
	6	2		A = B*C + 4	16	6	2	
16	6	2		D = (A + B - C)/2	16	6	2	10
16	6	2	10	B = A + B + D	16	32	2	10
16	32	2	10	C = A + B + C	16	**32**	**50**	10

Problema
Data la seguente procedura
Procedura Calcolo_2;
Variabili utilizzate: A, B, C, D;
read B, C;
A = B + C - 4;
B = (A + B + C)/4;
D = A + B + C;
A = A + B + C;
write B, C;
Fine procedura;

Se in input vengono letti i valori B = 2 e C = 4, calcolare i valori scritti in output.

B	
C	

SOLUZIONE

B	2
C	4

Commenti alla soluzione.
Costruire la tabella che descrive il calcolo.

Valori prima Dell'esecuzione — valori dopo l'esecuzione

A	B	C	D	OPERAZIONI	A	**B**	**C**	D
				read B,C;		2	4	
	2	4		A = B + C - 4	2	2	4	
2	2	4		B = (A + B + C)/4	2	2	4	
2	2	4		D = A + B + C	2	2	4	8
2	2	4	8	A = A + B + C	8	**2**	**4**	8

ESERCIZIO 5
Problema
Data la seguente procedura
Procedura Calcolo_3;
Variabili utilizzate: A, B, C, D;
read A, B, C;
A = A + B + C;
B = A + B + C;
C = A + B - C;
D = A + B - C;
write A, B, C, D;
Fine procedura;

Se in input vengono letti i valori A = 6, B = 4 e C = 2, calcolare i valori in output e scriverli nella tabella sottostante (si suggerisce di costruire la tabella che descrive il calcolo).

A	
B	
C	
D	

SOLUZIONE

A	12
B	18
C	28
D	2

Commenti alla soluzione.
Basta costruire la tabella che descrive il calcolo.

Valori prima Dell'esecuzione — valori dopo l'esecuzione

A	B	C	D	OPERAZIONI	A	B	C	D
				Read A,B,C;	6	4	2	
6	4	2		A = A + B + C	12	4	2	
12	4	2		B = A + B + C	12	18	2	
12	18	2		C = A + B - C	12	18	28	
12	18	28		D = A +B - C	12	18	28	2

ESERCIZIO 6
Problema
Data la seguente procedura
Procedura Calcolo_4;
Variabili utilizzate: A, B, C, D;
read A, B;
C = 2*X + 5*Y;
D = 7*X + Y;
write C, D;
Fine procedura;

In input vengono letti i valori A = 4, B = 2. Trovare tra i nomi delle variabili dichiarate nella procedura quelli da sostituire a X e a Y in modo da ottenere in output i seguenti valori C = 18 e D = 30. (Si deve scegliere tra X=A e Y=B oppure X=B e Y=A) .
Scrivere i nomi delle variabili nella tabella sottostante.

X	
Y	

SOLUZIONE

X	A
Y	B

Commenti alla soluzione.
E' sufficiente effettuare le due prove una con X = A e Y = B e la seconda con X = B e Y = A e verificare quale delle due scelte fornisce i risultati dichiarati nel testo.

ESERCIZIO 7
Problema
Procedura Calcolo_5;
Variabili: A, B, C, M;
read A, B, C;
M = A;
if B < M then M = B; endif;
if C < M then M = C; endif;
write M;
Fine procedura;

Calcolare il valore finale di M corrispondente ai seguenti valori iniziali A = 3, B = 5, C = 7 e scriverlo nella casella sottostante.

M	

Soluzione

M	3

Commenti alla soluzione.

A	B	C	M	ISTRUZIONE	A	B	C	M
				read A, B, C;	3	5	7	
3	5	7		M = A	3	5	7	3
3	5	7		if B < M then M = B; endif	3	5	7	3
3	5	7		if C < M then M = C; endif	3	5	7	3
3	5	7		*write* M	3	5	7	**3**

ESERCIZIO 8
Problema
Procedura Calcolo_6;
Variabili: A, B, C, M;
read A, B, C;
if B > A then M = B;
else M = A;
endif;
if C < M then M = C; endif;
write M;
Fine procedura;

Calcolare il valore finale di M corrispondente ai seguenti valori iniziali A = 7, B = 5, C = 6 e scriverlo nella casella sottostante.

M	

Soluzione

M	6

Commenti alla soluzione.
La sequenza dei valori attribuiti alla variabile M è la seguente
if 5 > 7 (falso) then (non viene eseguita);
else (viene eseguita M=7);
endif;
if 6 < 7 (vero) then M = 6;
write M = 6;