GARA1 2019-20 SECONDARIA DI PRIMO GRADO INDIVIDUALE

ESERCIZIO 1

Premessa.

Questi problemi trattano di *entità* correlate da fatti; ciascuna entità ha *valori* discreti. Nei problemi vengono enunciati dei fatti e da questi occorre *ragionare* e traendo *conclusioni* per associare opportunamente i valori di nome, cognome ed età. Esempi di risoluzione di esercizi simili sono presenti nella guida OPS.

PROBLEMA (la premessa è visibile nel PDF della gara)

Andrea, Benedetta e Chiara sono tre amici progettisti di grattacieli. Gli ultimi grattacieli progettati sono a Milano, New York e Londra. Le altezze dei grattacieli progettati sono 100 m, 120 m e 140 m. Le città e le altezze sono elencate in ordine casuale (e quindi non si corrispondono ordinatamente). Determinare per ogni amico la città dell'ultimo grattacielo progettato e l'altezza, sapendo che:

1. L'altezza del grattacielo a Milano è pari al valore medio delle altezze di tutti i grattacieli.
2. Chiara progetta grattacieli solo per città Europee.
3. Benedetta ha progettato il grattacielo che si trova alla latitudine maggiore.
4. Il grattacielo a New York ha un'altezza inferiore di quello che si trova a Londra.

NOMI	CITTA'	ALTEZZA (m)
Andrea		
Benedetta		
Chiara		

SOLUZIONE

NOMI	CITTA'	ALTEZZA (m)
Andrea	New York	100
Benedetta	Londra	140

Chiara	Milano	120

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

Fatto 1. Viste le altezze, l’unica possibilità è valore medio = 120 m = (100+140)/2 m
A Milano il grattacielo è alto 120 m.

Fatto 2. Chiara progetta grattacieli a Milano o Londra

Fatto 3. Da una veloce ricerca in Internet segue:

Città	Latitudine
New York	40° 42’ 51” N
Milano	45° 28’ 38” N
Londra	51° 30’ 30” N

Dunque Benedetta ha progettato il grattacielo a Londra.
Allora per il Fatto 2 Chiara ha progettato a Milano il grattacielo di 120 m.
Andrea progetta grattacieli a New York.

Fatto 4. Il grattacielo a NY è alto 100 m e quello a Londra 140 m.
Questo completa la tabella.

ESERCIZIO 2

Premessa.
In un foglio a quadretti è disegnato un “campo di gara”, per esempio di 14 quadretti in orizzontale e 5 in verticale (vedi figura).

									S				
					P								
➔													

Ogni casella può essere individuata da due numeri (interi); per esempio la casella contenente P è individuata da essere nella sesta colonna (da sinistra) e nella terza riga (dal basso): brevemente si dice che ha *coordinate* [6,3]; la prima coordinata (in questo caso 6) si dice *ascissa* e la seconda (in questo caso 3) si dice *ordinata*. Le coordinate della casella contenente S sono [10,4] e di quella contenente la freccia sono [1,1].
La freccia può essere pensata come un robot, in questo caso rivolto verso destra; lo stato del robot può quindi essere individuato da tre “valori”: due per le coordinate della casella che occupa e uno per indicare il suo orientamento. Per quest’ultimo si possono usare i simboli della stella dei venti: E, S, W, N: per indicare che il robot è rivolto, rispettivamente, a *destra*, in *basso*, a *sinistra*, in *alto* (con riferimento a chi guarda il foglio); lo stato del robot, rappresentato dalla freccia nella figura è [1,1,E].

Il robot può eseguire tre tipi di comandi:

- girarsi di 90 gradi in senso *orario*: comando **o**;
- girarsi di 90 gradi in senso *antiorario*: comando **a**;
- avanzare di una casella (nel senso della freccia, mantenendo l’orientamento): comando **f**.

Questi comandi possono essere concatenati in sequenze in modo da permettere al robot di compiere vari percorsi; per esempio la sequenza di comandi descritta dalla lista [f,f,f,f,f,a,f,f] fa spostare il robot dalla posizione e orientamento iniziali mostrati in figura fino alla casella P; le caselle via via occupate (quella di partenza e quella di arrivo comprese) sono quelle della lista:

[[1,1],[2,1],[3,1],[4,1],[5,1],[6,1],[6,2],[6,3]].

Stessa casella di arrivo si raggiunge con la lista di comandi [a,f,f,o,f,f,f,f,f], ma il percorso è diverso ed è descritto dalla lista

[[1,1],[1,2],[1,3],[2,3],[3,3],[4,3],[5,3],[6,3]].

Inoltre, nel primo caso lo stato l’orientamento finale del robot è verso l’alto (stato [6,3,N]), mentre nel secondo caso l’orientamento finale è verso destra (stato [6,3,E]).

PROBLEMA (la premessa è visibile nel PDF della gara)

In un campo di gara il robot si trova nella casella (2,8) con direzione West e deve eseguire la seguente lista di comandi [o,f,f,o,f,f,o,f,f].

Determinare:

1. lo stato S1 in cui si trova il robot prima di aver eseguito tutti i comandi
2. lo stato S2 in cui si trova il robot dopo aver eseguito tutti i comandi
   Scrivere le risposte nella tabella sottostante.

S1	[ ]
S2	[ ]

SOLUZIONE

S1	[2,8,W]
S2	[4,8,S]

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

La direzione è indicata con le iniziali delle parole Nord (alto), Sud (basso), Est (destra) e West (sinistra).

La lista di comandi è [o,f,f,o,f,f,o,f,f]. La posizione iniziale è (2,8) e la direzione iniziale del robot è West. Quindi S1 è la lista [2,8,W].

Per determinare S2, è conveniente visualizzare il percorso, come nella figura che segue (che mostra solo parzialmente il campo di gara, con il valore delle coordinate). Nelle caselle attraversate dal robot è stato inserito un numero. I numeri mostrano l’ordine in cui le caselle sono attraversate.

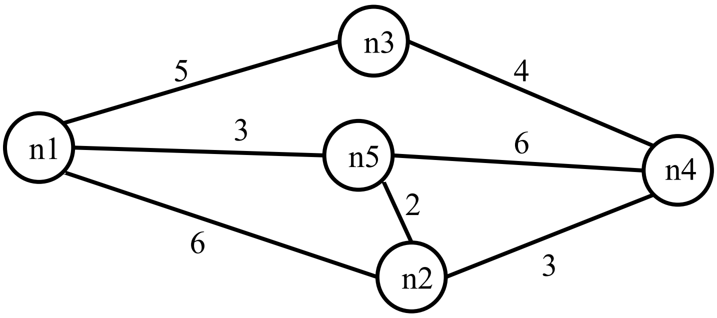
12								
11								
10		.3	.4	.5				
9		.2		·6				
8		.1		.7				
7								
	1	2	3	4	5	6	7	8

Osservando la figura è semplice determinare la sequenza di comandi che fa compiere tale percorso. Si deve prestare attenzione all'orientamento del robot. Inizialmente il robot si trova in [2,8] con direzione West, ovvero ha stato [2,8,W]. Il primo comando modifica la direzione, portandola a Nord, ovvero trasforma lo stato in [2,8,N]. Il secondo comando fa percorrere un passo lungo la direzione del robot, e quindi lo stato diviene [2,9,N].
Ragionando in modo analogo, si ricostruiscono tutti i movimenti, riassunti nella seguente tabella che mostra, per ogni comando, l'evoluzione dello stato del robot.

Stato di partenza	Comando	Stato di arrivo
[2,8,W]	o	[2,8,N]
[2,8,N]	f	[2,9,N]
[2,9,N]	f	[2,10,N]
[2,10,N]	o	[2,10,E]
[2,10,E]	f	[3,10,E]
[3,10,E]	f	[4,10,E]
[4,10,E]	o	[4,10,S]
[4,10,S]	f	[4,9,S]
[4,9,S]	F	[4,8,S]

ESERCIZIO 3

Premessa.
Un *grafo* si può pensare come l'astrazione di una carta geografica: per esempio il grafo rappresentato nella figura seguente, descrive i collegamenti esistenti fra alcune (5) città: queste sono rappresentate da *nodi* di nome n1, n2, …, n5 e i collegamenti sono rappresentati da segmenti tra i nodi, detti *archi*.



A seconda del problema, gli archi possono essere percorsi in entrambe le direzioni (e in questo caso si parla di archi non-diretti) oppure solo in una (archi diretti). Gli archi diretti si rappresentano mediante una freccia, che va dal nodo di partenza a quello di destinazione.
In alcuni problemi, a ogni arco è associata una lunghezza, ovvero un numero, detta anche *peso* dell'arco. Quando gli archi di un grafo hanno un peso, si dice che sono *pesati* e i pesi degli archi vengono rappresentati come numeri scritti vicino agli archi.
Dunque il grafo rappresentato in figura ha archi non-diretti e pesati.
Un grafo può essere descritto, invece che da una figura, mediante un elenco di termini, ciascuno dei quali definisce un arco tra due nodi del grafo. Nel caso di grafi con archi non pesati, si usano termini con due argomenti. I due argomenti sono i nomi dei nodi connessi dall'arco. Spesso (ma non in tutti i problemi!) si userà il termine "arco" per archi non diretti e "freccia" per archi diretti. Quindi un arco non diretto e non pesato, che connette i nodi **x** ed **y**, sarà descritto dal termine **arco(x,y),** mentre un arco diretto e non pesato, che connette i nodi **Bologna** e **Roma** sarà descritto dal termine **freccia(Bologna,Roma).**
Nel caso di grafi con archi pesati, è necessario descrivere il peso, oltre che i due nodi collegati. Per questo motivo si useranno termini con 3 argomenti: i primi due sono i nomi dei nodi collegati e il terzo è un numero che rappresenta il valore del peso.
Il grafo rappresentato dalla precedente figura, che ha archi non diretti e pesati, viene quindi descritto dal seguente insieme di termini:

arco(n1,n2,6)	**arco(n1,n3,5)**	**arco(n3,n4,4)**
arco(n1,n5,3)	**arco(n2,n4,3)**	**arco(n2,n5,2)**
arco(n5,n4,6)		

Due nodi si dicono *adiacenti* tra loro, se sono collegati da un arco. Dato un arco non diretto, i due nodi collegati dall'arco, vengono detti *estremi* dell'arco. Dato un arco diretto dal nodo **x** al nodo **y**, si dice che **x** è il nodo di *partenza* e **y** è il nodo di *destinazione*.
Dato un nodo **x**, chiamiamo *grado di ingresso* la quantità di archi distinti di cui **x** è destinazione.
Dato un nodo **x**, chiamiamo *grado di uscita* la quantità di archi distinti di cui **x** è nodo di partenza.
Dato un nodo **x**, chiamiamo (semplicemente) *grado* la quantità di archi di cui **x** è nodo di partenza oppure nodo di destinazione oppure, nel caso di arco non diretto, è uno dei due estremi.
Per esempio nel grafo in figura, il nodo n3 ha grado 2, gli altri hanno grado 3.
Un *percorso* (o *cammino*) tra due nodi del grafo consiste in una sequenza di nodi ciascuno dei quali (tranne l'ultimo) è adiacente con il successivo; un percorso può, quindi essere descritto con una lista di nodi (quelli toccati dal percorso, ordinata dal nodo di partenza al nodo di arrivo). Per esempio, la lista [n5,n2,n4,n3] descrive un percorso dal nodo n5 al nodo n3; tale percorso ha lunghezza K = 2 + 3 + 4 = 9.
Un *ciclo* è un percorso che inizia e termina nello stesso nodo, per esempio [n5,n2,n1,n5].

Un percorso si dice *semplice* se *non* ha nodi ripetuti: un percorso semplice, quindi, non contiene cicli; per esempio [n5,n2,n4,n3] è semplice, mentre [n5,n2,n1,n5,n2,n4,n3] non è semplice perché ha nodi ripetuti.
N.B. Dato un grafo, come quello della precedente figura, è facile scrivere l'insieme di termini che lo descrivono; viceversa, disegnare il grafo da un insieme dei termini è meno ovvio (si vedano i problemi seguenti).

PROBLEMA (la premessa è visibile nel PDF della gara)

Un grafo è descritto dal seguente elenco di archi, non-diretti e non-pesati:

arco(n3,n2)	arco(n4,n5)	arco(n1,n2)
arco(n6,n4)	arco(n5,n2)	arco(n3,n6)

Disegnato il grafo, trovare:
1. Il nodo N che ha grado massimo
2. La lista L1 che contiene i nodi adiacenti a **n3**, elencati nell'ordine determinato dai numeri che formano il nome del nodo (per es. n4 deve precedere n5)
3. La lista L2 del percorso semplice formato dal maggior numero di archi tra **n2** e **n4**

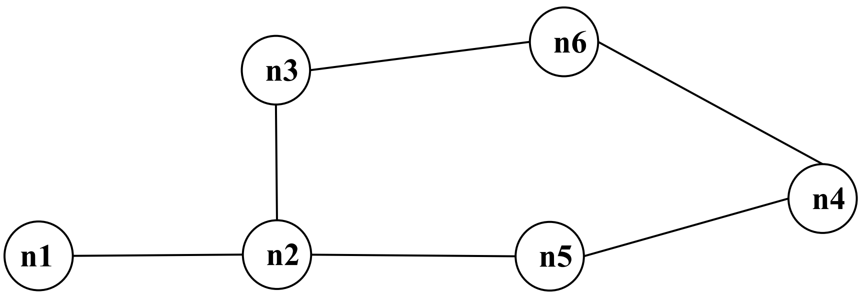
Scrivere la soluzione nella tabella sottostante.

N	
L1	[ ]
L2	[ ]

SOLUZIONE

N	n2
L1	[n2,n6]
L2	[n2,n3,n6,n4]

COMMENTI ALLA SOLUZIONE
Per disegnare il grafo si osservi innanzitutto che sono menzionati 6 nodi (n1, n2, n3, n4, n5, n6); si procede per tentativi; si disegnano i 6 punti nel piano e li si collega con archi costituiti da segmenti: probabilmente al primo tentativo gli archi si incrociano; si cerca poi di risistemare i punti in modo da evitare gli incroci degli archi: spesso questo si può fare in più modi.



Per rispondere alle prime due domande è sufficiente ispezionare la figura: si nota subito che il nodo di grado massima è **n2** (è adiacente a 3 diversi nodi), e che, essendo **n3** adiacente ai nodi **n2** ed **n6**, L1=[n2,n6].
Per rispondere alla terza domanda, si devono individuare tutti i percorsi semplici che collegano **n2** e **n4**. Si osservi che partendo da **n2** si possono raggiungere con un solo arco **n1**, **n5** oppure **n3**.

- **n1** non è collegato a nessun altro nodo, quindi nessun cammino semplice che parte da **n2** e continua su **n1** può raggiungere **n4**;
- **n5** è collegato ad **n4**, quindi un cammino semplice tra **n2** ed **n4** è [n2,n5,n4];
- **n3** è collegato ad **n6**, il quale a sua volta è collegato ad **n4**, quindi un cammino semplice tra **n2** ed **n4** è [n2,n3,n6,n4].

Non vi sono altri percorsi possibili tra **n2** ed **n4** che siano semplici (ovvero non più volte per lo stesso nodo). Dunque L2=[n2,n3,n6,n4].

ESERCIZIO 4

Premessa.
Un algoritmo di crittazione a sostituzione monoalfabetica consiste nel sostituire ogni simbolo del messaggio in chiaro con quello dato da una tabella di conversione, che trasforma ogni simbolo in un altro. La particolare tabella usata è la chiave di crittazione. Ad esempio, con la seguente tabella di conversione (o chiave di crittazione):

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
W	X	Y	U	V	N	K	L	M	O	P	Q	R	S	T	Z	D	E	F	A	B	C	G	H	I	J

(ovvero la A diventa una W, la B una X, etc.)

la parola NASO è crittata in SWFT. Un caso particolare è dato dal cifrario di Cesare, cifrario a sostituzione monoalfabetica in cui ogni lettera del testo in chiaro è sostituita nel testo cifrato dalla lettera che si trova un certo numero di posizioni dopo nell'alfabeto. Ad esempio, considerando un cifrario con chiave 13, la parola NASO è crittata in ANFB.

PROBLEMA (la premessa è visibile nel PDF della prova)

1. Usando il cifrario di Cesare, crittare il messaggio CAMBIAMENTO CLIMATICO con chiave 5
2. Usando il cifrario di Cesare, decrittare il messaggio XD QZYDVHJ VGGZ YJYDXD
   sapendo che è stato crittato con chiave 21
3. Usando la chiave di crittazione:

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
W	X	N	K	L	M	O	P	E	F	A	Q	R	S	T	Z	D	B	C	Y	U	V	G	H	I	J

decrittare il messaggio NE VLKEWRT WQQL USKENE
Inserire le risposte 1, 2 e 3 nelle corrispondenti righe della tabella sottostante.
Se la risposta è costituita da più parole ogni parola deve distanziarsi dall'altra di un SOLO spazio.

1	
2	

3	

SOLUZIONE

1	HFRGNFRJSYT HQNRFYNHT
2	CI VEDIAMO ALLE DODICI
3	CI VEDIAMO ALLE UNDICI

COMMENTI ALLA RISPOSTA

1.Utilizzando la chiave 5

	a	**b**	**c**	**d**	**e**	**f**	**g**	**h**	**i**	**j**	**k**	**l**	**m**	**n**	**o**	**p**	**q**	**r**	**s**	**t**	**u**	**v**	**w**	**x**	**y**	**z**
5	f	g	h	i	j	k	l	m	n	o	p	q	r	s	t	u	v	w	x	y	z	a	b	c	d	e

Segue il messaggio crittato HFRGNFRJSYT HQNRFYNHT

2.Analogamente utilizzando la chiave 21

	a	**b**	**c**	**d**	**e**	**f**	**g**	**h**	**i**	**j**	**k**	**l**	**m**	**n**	**o**	**p**	**q**	**r**	**s**	**t**	**u**	**v**	**w**	**x**	**y**	**z**
21	v	w	x	y	z	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j	k	l	m	n	o	p	q	r	s	t	u

Si decritta il messaggio CI VEDIAMO ALLE DODICI

3.Utilizzando la chiave di crittazione proposta otteniamo:

N	E		V	L	K	E	W	R	T		W	Q	Q	L		U	S	K	E	N	E
C	I		V	E	D	I	A	M	O		A	L	L	E		U	N	D	I	C	I

Il messaggio decrittato CI VEDIAMO ALLE UNDICI

ESERCIZIO 5

Premessa
Una procedura parla essenzialmente di oggetti che si chiamano *variabili*;
Per capire cosa sia una variabile si può pensare a una *scatola* che ha un *nome* e un contenuto o *valore*. All’inizio della procedura, vengono elencate tutte le variabili che saranno utilizzate e le rispettive scatole sono vuote. Quando viene attribuito un nuovo valore ad una scatola, **il valore precedente viene perso.**

PROBLEMA (la premessa è visibile nel PDF della prova)

```
procedure Calcolo 1;
variables A, B, C, D integer;
read A, B;
A = A + B;
B = A + B;
C = A + B;
D = A + B + C;
write A, B, C, D;
end procedure;
```

Calcolare i valori finali disponibili per A, B, C, D se vengono acquisiti i seguenti valori iniziali: A=6, B=3 e scriverli nella tabella sottostante.

A	
B	
C	
D	

SOLUZIONE

A	9
B	12
C	21
D	42

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

Istruzioni	Calcoli
A = A + B	A = 6 + 3 = 9
B = A + B	B = 9 + 3 = 12
C = A + B	C = 9 + 12 = 21
D = A + B + C	D = 9 + 12 + 21 = 42

ESERCIZIO 6

Premessa
In questo PROBLEMA si deve sostituire il carattere X col nome di una delle tre variabili A, B e C dichiarate nella procedura.

PROBLEMA (la premessa è visibile nel PDF della prova)
procedure Calcolo2;
variables A, B, C integer;
read A, B;
X = B;
B = A;

A = C;
write A, B;
end procedure;

Nella istruzione sottolineata (**X = B**), trovare il nome della variabile da sostituire a X in modo da scambiare i valori delle variabili A e B: se all'inizio si ha A = 1 e B = 3, alla fine si deve avere A = 3 e B = 1. Scrivere la soluzione nella casella sottostante.

X	

SOLUZIONE

X	C

COMMENTI ALLA SOLUZIONE
Il valore di B deve essere conservato in C; poi in B viene posto il valore di A e in A viene messo il valore precedentemente contenuto in B che è stato salvato in C.

ESERCIZIO 7

Premessa
L'alternativa semplice. Se in una procedura compaiono le seguenti istruzioni
…
M = A,
if B > A then M = B; endif;
write M
…
l'operazione M = B viene eseguita se e solo se B è maggiore di A.
Se B = 5 e A = 3 il valore finale sarà M = 5 (perché 5 > 3 è vero e M = B viene eseguita); se B = 4 e A = 6 il valore finale sarà M = 6 (perché 4 > 6 è falso e M = B non viene eseguita).

PROBLEMA (la premessa è visibile nel PDF della prova)
procedure Calcolo3;
variables A, B, C, integer;
read A, B, C;
M = A;
if B < M then M = B; endif;
if M > C then M = C; endif;
write M;
end procedure;

Calcolare il valore finale di M corrispondente ai seguenti valori iniziali A = 3, B = 5, C = 4 e scriverlo nella casella sottostante.

M	

SOLUZIONE

M	3

COMMENTI ALLA SOLUZIONE
La sequenza dei valori attribuiti alla variabile M è la seguente
M = 3;
if 5 < 3 falso then M = B non viene eseguita. Rimane M = 3.
if 3 > 4 falso then M = C non viene eseguita. Rimane M = 3.
write M = 3;

ESERCIZIO 8

PROBLEM
In chemistry the Proust's law states that a given chemical compound always contains its elements in fixed ratio (by mass) and does not depend on its source and method of preparation. For example if we consider the reaction:

$$magnesium + oxygen \rightarrow\ magnesium\ oxide + energy$$

for each gram of magnesium oxide that we want to produce we always have to use exactly 0.4 grams of oxygen and 0.8 grams of magnesium.
If we want to produce 1.5 kg of magnesium oxide how many grams of magnesium and oxygen do we need?
Write your answers as integer numbers (without “g” or “grams”) in the boxes below.

Magnesium	
Oxygen	

SOLUTION

Magnesium	1200
Oxygen	600

TIPS FOR THE SOLUTION
Since 1.5 kg =1500 g we have to consider:

$$grams\ of\ magnesium: 1500\ g = 0.8\ g: 1\ g$$

$$grams\ of\ magnesium = \frac{1500\ \cdot\ 0.8}{1}\ g = 1200\ g$$

$$grams\ of\ oxygen: 1500\ g = 0.4\ g: 1\ g$$

$$grams\ of\ oxygen = \frac{1500\ \cdot\ 0.4}{1}\ g = 600\ g$$