

squadra	punteggio	costo	acquistabile
g1g2g3	67	63	no
g1g2g4	62	91	no
g1g2g5	69	62	no
g1g2g6	74	64	no
g1g3g4	52	66	no
g1g3g5	59	37	no
g1g3g6	64	39	no
g1g4g5	54	65	no
g1g4g6	59	67	no
g1g5g6	66	38	si
g2g3g4	65	83	no
g2g3g5	72	54	no
g2g3g6	77	56	no
g2g4g5	67	82	no
g2g4g6	72	84	no
g2g5g6	79	55	no
g3g4g5	57	57	no
g3g4g6	62	59	no
g3g5g6	69	30	si
g4g5g6	64	58	no

da cui si ricava facilmente la soluzione.

N.B. Conviene elencare (costruire) prima tutte le combinazioni che iniziano col “primo” giocatore, poi tutte quelle che iniziano col “secondo” giocatore, e così via, in modo da essere sicuri di averle considerate tutte.

ESERCIZIO 3

Si faccia riferimento alla GUIDA OPS 2019-2020, problema ricorrente GRAFI, pagina 15.

PROBLEMA

L’ufficio tecnico di un piccolo comune deve scegliere dove piazzare dei nuovi lampioni. Il paese di cui si parla può essere pensato come un insieme di piazzette collegate da strade, descritte dal seguente grafo (dove i nodi sono le piazze e gli archi sono le strade):

arco(n3,n5) arco(n2,n4) arco(n3,n1)
 arco(n4,n5) arco(n5,n2) arco(n1,n2)

Un lampione collocato in una piazza illumina, oltre alla piazza, anche tutte le strade che escono dalla piazza. Il sindaco, per risparmiare, vuole usare il numero minore di pali possibile, per illuminare tutte le strade del paese. Inoltre, tra due insiemi che hanno lo stesso numero di piazze, preferisce quello che contiene la piazza indicata dalla sigla minore che non è contenuta nell’altro insieme (ovvero tra gli insiemi [n1,n2,n5] e [n1,n3,n5] preferisce [n1,n2,n5] in quanto n1 è contenuto in entrambi, e n2 < n3).

Si scriva nella seguente tabella la lista L, che elenca in ordine crescente i nodi che formano l'insieme di piazze preferito dal sindaco.

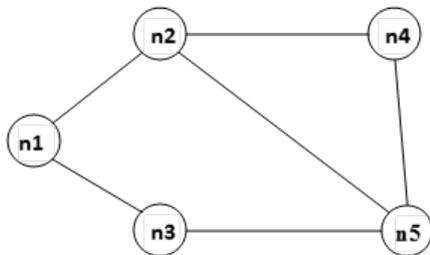
L	[]
---	-----

SOLUZIONE

L	[n1,n2,n5]
---	------------

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

Per disegnare il grafo si osservi innanzitutto che sono menzionati cinque nodi (n1, n2, n3, n4, n5); si procede per tentativi; si disegnano i cinque punti nel piano e li si collega con archi costituiti da segmenti: probabilmente al primo tentativo gli archi si incrociano; si cerca poi di risistemare i punti in modo da evitare gli incroci degli archi: spesso questo si può fare in più modi.



Il sindaco preferisce un insieme di piazze più piccolo possibile. Quindi cerchiamo di trovare l'insieme giusto iniziando da quelli più piccoli. È ovvio che un solo lampione, ovunque lo si collochi, non può illuminare tutte le strade.

In maniera intuitiva, si può risolvere il problema considerando che mettendo un lampione in n2 oppure in n5 si illuminano tre strade, quindi probabilmente l'insieme più piccolo di nodi dove piazzare un lampione contiene uno di tali nodi, o entrambi. Però n2 ed n5 da soli non consentono di illuminare tutte le strade. Quindi ci serve un insieme di almeno tre nodi:

- L'unico insieme di tre nodi che non contiene né n2 né n5, non consente di illuminare la strada tra n2 ed n5;
- Piazzando un lampione in n2 ma lasciando vuoto n5, posso illuminare tutte le strade ponendo gli altri due lampioni in n3 ed n4;
- Piazzando un lampione in n5 ma lasciando vuoto n2, posso illuminare tutte le strade ponendo gli altri due lampioni in n1 ed n4;
- Piazzando un lampione in n2 ed uno in n5, posso illuminare tutte le strade ponendo un terzo lampione in n1 oppure in n3.

Quindi, ci sono quattro insiemi di tre nodi che permettono di illuminare tutte le strade, ovvero:

1. [n2,n3,n4]
2. [n1,n4,n5]
3. [n1,n2,n5]
4. [n2,n3,n5]

Tra di essi, il preferito dal sindaco (la soluzione al problema) è $[n1, n2, n5]$ in quanto è il solo che contiene $n1$ ed $n2$ che sono le sigle più piccole tra tutte.

Un modo alternativo, più sistematico, di individuare gli insiemi più piccoli di piazze è quello di esaminare tutte le coppie di nodi, poi le terne, le quaterne e così via.

Esaminiamo quindi, in modo sistematico, tutte le coppie di piazze e verifichiamo quali consentono di illuminare tutte le strade.

Riportiamo i risultati nella seguente tabella:

Piazza 1	Piazza 2	Consente di illuminare tutte le strade
n1	n2	NO
n1	n3	NO
n1	n4	NO
n1	n5	NO
n2	n3	NO
n2	n4	NO
n2	n5	NO
n3	n4	NO
n3	n5	NO
n4	n5	NO

Quindi non esiste un insieme di due piazze che permette di illuminare tutte le strade.

Allora, proviamo con gli insiemi di tre piazze. Li elenchiamo tutti in modo sistematico e per ciascuno verifichiamo se illumina o meno tutte le strade. Otteniamo la seguente tabella:

Piazza 1	Piazza 2	Piazza 3	Consente di illuminare tutte le strade
n1	n2	n3	NO
n1	n2	n4	NO
n1	n2	n5	Sì
n1	n3	n4	NO
n1	n3	n5	NO
n1	n4	n5	Sì
n2	n3	n4	Sì
n2	n3	n5	Sì
n2	n4	n5	NO
n3	n4	n5	NO

ESERCIZIO 4

Si faccia riferimento alla GUIDA OPS 2019-2020, problema ricorrente CRITTOGRAFIA, pagina 30.

PROBLEMA

1. Usando il cifrario di Cesare, decrittare il messaggio HPGSXCT XC EXPOOP sapendo che è stato crittato 5 volte con chiave 3 (ogni volta crittando il messaggio ottenuto dalla crittazione precedente)
2. Usando il cifrario di Cesare, determinare il risultato della crittazione del messaggio CIELO ottenuto crittando la parola 5 volte con chiave 2 e poi 10 volte con chiave 1 (ogni volta crittando il messaggio ottenuto dalla crittazione precedente)
3. Usando la chiave di crittazione:

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
V	H	I	P	U	F	Z	G	B	C	Y	J	W	S	T	K	D	Q	R	L	M	O	A	X	N	E

decrittare il messaggio IBTIITJVL T U KBRLVIIGBT.

Scrivere le risposte nella tabella sottostante. Se la risposta è costituita da più parole ogni parola deve distanziarsi dall'altra di un SOLO spazio.

1	
2	
3	

SOLUZIONE

1	SARDINE IN PIAZZA
2	WCYFI
3	CIOCCOLATO E PISTACCHIO

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

1)Decrittare cinque volte con chiave 3 equivale a decrittare una sola volta con chiave 15

	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j	k	l	m	n	o	p	q	r	s	t	u	v	w	x	y	z
15	p	q	r	s	t	u	v	w	x	y	z	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j	k	l	m	n	o

da cui segue facilmente SARDINE IN PIAZZA.

2) Crittare cinque volte con chiave 2 equivale a crittare una sola volta con chiave 10

	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j	k	l	m	n	o	p	q	r	s	t	u	v	w	x	y	z
10	k	l	m	n	o	p	q	r	s	t	u	v	w	x	y	z	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j

pertanto CIELO viene crittato in MSOVY

Crittare dieci volte con chiave 1 equivale a crittare una sola volta con chiave 10

	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j	k	l	m	n	o	p	q	r	s	t	u	v	w	x	y	z
10	k	l	m	n	o	p	q	r	s	t	u	v	w	x	y	z	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j

dunque MSOVY viene crittato in WCYFI

Alternativamente si otteneva medesimo risultato crittando una sola volta con chiave 20.
Usando la chiave di crittazione

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
V	H	I	P	U	F	Z	G	B	C	Y	J	W	S	T	K	D	Q	R	L	M	O	A	X	N	E

IBTIITJVL T si decritta in CIOCCOLATO

U si decritta in E

KBRLVIIGBT si decritta in PISTACCHIO

ESERCIZIO 5

PROBLEMA

I simboli X e Y presenti nella procedura vanno sostituiti da opportune variabili dichiarate nella procedura stessa, dopo aver capito il calcolo che viene eseguito nel ciclo for.

Data la seguente procedura

```

procedure Ciclo1;
variables N, M, B, H, K integer;
read N;
M = 0;
for K da 1 a N con passo 1
    read B;
    if B = 8 then X = M + 1; endif;
endfor;
Y = N – M;
write X, Y;
end procedure;
```

In input $N = 8$ e gli otto valori di B sono i seguenti: 3, 7, 8, 9, 5, 12, 8, 4. Trovare le variabili da sostituire a X e Y sapendo che la procedura deve scrivere in output prima il numero dei valori di B uguali a 8 seguito dal numero dei valori di B diversi da 8.

Scrivere le risposte nella tabella sottostante. Tutte le variabili devono essere utilizzate.

X	
Y	

SOLUZIONE

X	M
Y	H

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

L'alternativa then viene eseguita quando $B = 8$, quindi M conta quanti valori 8 sono presenti nell'insieme degli N valori di B: $X = M$.

$H = N - M$ conta quanti valori di B sono diversi da 8: $Y = H$.

ESERCIZIO 6

PROBLEMA

Questa procedura deve scrivere in output prima il maggiore Max e poi il minore Min di un insieme di valori assegnati in input alla variabile B.

Data la seguente procedura

procedure Ciclo2;

variables N, Max, Min, B, K integer;

read N;

read B;

Max = B;

Min = B;

for K **da** 2 **a** N **con passo** 1

 read B;

 if B > Max then X = B; endif;

 if B < Min then Y = B; endif;

endfor;

write X, Y;

end procedure;

In input N = 8 e gli otto valori di B sono i seguenti: 6, 7, 8, 9, 5, 12, 8, 4. Trovare per X il nome della variabile che identifica il maggiore dei valori di B e per Y il nome della variabile che ne identifica il valore minore. Scrivere le risposte nella tabella sottostante.

X	
Y	

SOLUZIONE

X	Max
Y	Min

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

Max viene aggiornato quando B > Max, quindi alla fine Max sarà il maggiore.

Min viene aggiornato quando B < Min, quindi alla fine Min sarà il minore.

L'intero processo è illustrato di seguito

read N	8
read B	6
Max	6
Min	6

K = 2	read B = 7	B > Max si	Max = 7	B < Min no	Min = 6
K = 3	read B = 8	B > Max si	Max = 8	B < Min no	Min = 6
K = 4	read B = 9	B > Max si	Max = 9	B < Min no	Min = 6
K = 5	read B = 5	B > Max no	Max = 9	B < Min si	Min = 5



K = 6	read B = 12	B > Max si	Max = 12	B < Min no	Min = 5
K = 7	read B = 8	B > Max no	Max = 12	B < Min no	Min = 5
K = 8	read B = 4	B > Max no	Max = 12	B < Min si	Min = 4
write Max = 12					
write Min = 4					

ESERCIZIO 7

PROBLEMA

```

Data la seguente procedura
procedure Ciclo3;
variables N, B, S1, S2, K integer;
read N;
S1 = 0;
S2 = 0;
for K da 1 a N con passo 1
    read B;
    if B > 8      then S1 = X + B;
                  else Y = S2 + B;
    endif;
endfor;
write S1, S2;
end procedure;
    
```

Questa procedura utilizza i valori di B nel ramo then quando sono maggiori di 8 e nel ramo else quando non lo sono (cioè quando sono minori o uguali a 8).
 Trovare le sostituzioni per X e Y con variabili della procedura in modo che in output siano restituiti in S1 la somma dei valori di B maggiori di 8 e in S2 la somma di quelli minori o uguali a 8.
 Se in input N = 8 e gli otto valori di B sono i seguenti: 6, 7, 8, 9, 5, 12, 8, 4, trovare i valori di S1 e S2. Scrivere le risposte nella tabella sottostante.

X	
Y	
S1	
S2	

SOLUZIONE

X	S1
Y	S2
S1	21
S2	38

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

In S1 vengono sommati tutti i valori di B maggiori di 8, quindi $S1 = S1 + B$.
 In S2 vengono sommati tutti i valori di B minori o uguali a 8, quindi $S2 = S2 + B$.
 Inoltre $S1 = 9 + 12 = 21$ e $S2 = 6 + 7 + 8 + 5 + 8 + 4 = 38$.

ESERCIZIO 8 INGLESE

PROBLEM

Chris is travelling from his house to a university: he usually spends one hour on journey

- 1) Yesterday he was in a rush and he increased his average speed by 50%; how many minutes did he spend on his journey?
- 2) Today he traveled to the halfway point of his journey at his usual speed and then he increased his average speed by 50%; how many minutes did he spend on his journey?

Write your answers as integers in the boxes below.

1	
2	

SOLUTION

1	40
2	50

TIPS FOR THE SOLUTION

Suppose, for convenience, that the distance between the house and the university is 100 km and that Chris usually travels at a speed of 100 km/h; so in the first case he travels at 150 km/h; in the second case in the first half his speed was at 100 km/h and for the second his speed was at 150 km/h. So:

$$T_1 = \frac{100}{150} 60 = 40$$

$$T_2 = \frac{50}{100} 60 + \frac{50}{150} 60 = 30 + 20 = 50$$